数　　学 （全1の1）

次の $\boxed{}$ に適切な解を入れよ。複数の解がある場合は，コンマで区切ってすべての解を記入すること。

1. 2次曲線 $y = x^2$ と円 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$ がただ1つの共有点Pをもち（a, b は実数で $a > 0$，$b > 0$ とする），点Pと円の中心を通る直線の傾きが $-\dfrac{1}{6}$ であるとき，点Pの座標の数値は $(x, y) =$ $\boxed{①}$ で，b の値は $\boxed{②}$ である。

2. 関数 $f(n)$ は，$f(n) = \displaystyle\lim_{c\to\infty}\left\{\int_0^c x^{n-1}e^{-x}\,dx\right\}$ と定義されている。このとき，$f(1) =$ $\boxed{③}$，$\dfrac{f(n+1)}{f(n)} =$ $\boxed{④}$，$f(n) =$ $\boxed{⑤}$ である。ただし，c は実数，n は自然数であり，$\displaystyle\lim_{t\to\infty} t^k e^{-t} = 0$（$k$ は自然数）とする。

3. 関数 $f(x)$ は，$f(x) = ax^2 + 2(a-2)x + 3a - 2$ と定義されている。ただし，a は実数で $a \leqq 0$ とする。
(1) $f(x)$ が2次関数である時，頂点の x の座標を a を用いて表すと $\boxed{⑥}$ である。
(2) $-2 \leqq x \leqq 2$ における $f(x)$ の最大値は $\boxed{⑦}$ である。
(3) 問題については，削除しています。

4. ガラス板8枚を光が透過すると，光の強さはガラスがないときの80％になった。各ガラス板の形状や特性は同じとする。
(1) 光が1枚のガラス板を透過すると，光の強さはガラスがないときの $\boxed{⑩}$ ％になる。
(2) 透過した光の強さをガラスがないときの10％以下にするには，ガラス板は $\boxed{⑪}$ 枚以上必要である。$\log_{10} 2 = 0.301$ として計算すること。

5. 複素数平面上に3点A$(-1+5i)$，B$(2+3i)$，C$(3-2i)$がある。
(1) △ABCの重心を複素数で表すと $\boxed{⑫}$ である。
(2) ∠ABCの大きさは $\boxed{⑬}$ である。

6. 3つの状態A，B，Cがあり，その状態は下記の条件で確率的に変化する。
・状態Aにあるとき，翌日には確率 $\dfrac{1}{6}$ で状態Bに移り，確率 $\dfrac{5}{6}$ で状態Aに留まる。
・状態Bにあるとき，翌日には確率 $\dfrac{1}{3}$ で状態Aに移り，確率 $\dfrac{1}{3}$ で状態Bに留まり，確率 $\dfrac{1}{3}$ で状態Cに移る。
・状態Cにあるとき，翌日には確率 $\dfrac{1}{6}$ で状態Bに移り，確率 $\dfrac{5}{6}$ で状態Cに留まる。

第 n 日目に状態A，B，Cである確率をそれぞれ A_n，B_n，C_n で表すとする。
(1) 漸化式が $a_{n+1} = pa_n + qr^n$，$a_1 = a$ と定義されているとき，両辺を r^{n+1} で割ることにより一般項を求めると $a_n =$ $\boxed{⑭}$ となる。ただし，a，p，q，r は実数で $p \neq r$，$p \neq 0$，$q \neq 0$，$r \neq 0$ であり，n は自然数とする。
(2) B_{n+1} を $B_{n+1} = \alpha A_n + \beta B_n + \gamma C_n$ と表すと α，β，γ の値は $(\alpha, \beta, \gamma) =$ $\boxed{⑮}$ である。
(3) はじめ（第1日目）は確率1で状態Aにあるとする。このとき，$A_n =$ $\boxed{⑯}$，$B_n =$ $\boxed{⑰}$ である。また，十分に日数が経過したとき，状態Cである確率は $\boxed{⑱}$ である。